TRANSMISIÓN DE DATOS I

EXAMEN FINAL, 12/12/2003

Nombre:

NIA:

Por favor, escribir las respuestas en la casilla correspondiente de cada pregunta. Cada respuesta correcta vale 7 puntos.

---

1. Determinar una distribución sobre el alfabeto $\mathcal{A} = \{a, b, c, d, e\}$ tal que el código Huffman sea $00; 01; 10; 110; 111$.

   $p_a = 1/4 \quad p_b = 1/4 \quad p_c = 1/4 \quad p_d = 1/8 \quad p_e = 1/8$

2. Sean X e Y variables aleatorias binarias independientes con $P(X = 1) = P(Y = 1) = p$ y $P(X = 0) = P(Y = 0) = 1 - p$. Sea $Z = X \oplus Y$. Determinar la información mútua de X y Z.

   $I(X, Z) = h(2p(1-p)) - h(p)$

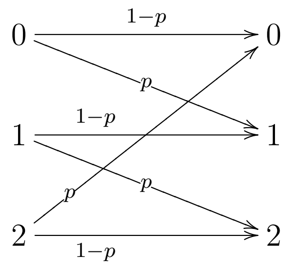
3. Consideremos una fuente binaria estacionaria sin memoria con distribución $p_a = 0.7$ y $p_b = 0.3$. Determinar el código aritmético de la secuencia ab.

   1001

4. Consideremos una fuente Markov binaria con probabilidades de transición $p(a|a) = 0.5$, $p(b|a) = 0.5$, $p(a|b) = 0.25$, $p(b|b) = 0.75$. Determinar las probabilidades estacionarias y la entropía de la fuente.

   $p_a = \frac{1}{3} \quad p_b = \frac{2}{3} \quad H(X) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} h\left(\frac{1}{4}\right)$

5. Determinar la capacidad del canal



$$\boxed{C = \log 3 - h(p)}$$

6. Determinar los parámetros n y k de un código perfecto capaz de corregir un error que además es un código MDS.

$$\boxed{n = 3 \quad k = 1}$$

7. Determinar la distancia mínima del código lineal dado por la matriz generatriz

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{d_{min} = 3}$$

8. Consideremos un código lineal con matriz generatriz

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinar el síndrome que corresponde al vector de error $\mathbf{e} = (00100)$

(100)

9. Consideremos el código del problema anterior y supongamos que los vectores de error corregibles son

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= (00000) \\ \mathbf{e}_2 &= (10000) \\ \mathbf{e}_3 &= (01000) \\ \mathbf{e}_4 &= (00100) \\ \mathbf{e}_5 &= (00010) \\ \mathbf{e}_6 &= (00001) \\ \mathbf{e}_7 &= (00011) \\ \mathbf{e}_8 &= (10001) \end{aligned}$$

Determinar la palabra de código $\mathbf{c}$ decodificada y la correspondiente palabra de información $\mathbf{u}$ si la secuencia recibida es $\mathbf{v} = (10101)$.

$\mathbf{c} = (10110) \quad \mathbf{u} = (10)$

10. ¿Cuál es la probabilidad de transmisión errónea si se usa un código Hamming $(7, 4)$ para transmitir un bloque de 4 bits a través de un canal binario simétrico con probabilidad de error p?

$P(\text{error}) = 1 - (1-p)^7 - 7p(1-p)^6$